



## Оглавление

Задача 1. О моделях .....	2
Задача 2 О проектировании системы /проекта/ .....	5
Задача 3. Об оптимизации .....	7
Задача 4 О графах .....	9
Задача 5 Математические основы оценки проекта .....	10
Задача 6 Математическое планирование рабочих процессов .....	11
Задача 7 Лингвистическое обеспечение научной работы.....	13
Задача 8 Математическая модель динамического информационного ресурса .....	16
Задача 9 Исследование математической модели стохастического процесса .....	19
Задача 10 Создание модели события из нескольких сопряженных процессов .....	20

## Задача 1. О моделях

Принципиальная особенность *системного анализа* - широкое использование на всех языках методологии *моделей* систем. *Модель* является основным рабочим инструментом *системного анализа*. *Модель* - это, прежде всего, средство отображения реальной системы, а построение *модели* - это процесс уяснения общих свойств системы и закономерностей ее функционирования и развития, т. е. овладения *систематическими* методами построения *моделей* систем - необходимое условие овладения методологией *системного анализа*.

В общем случае системы делят на реальные и абстрактные. Абстрактные системы представляют собой математические *модели* реальных систем, отражающие их основные свойства. В зависимости от выбора различных существенных черт системы (элементов и связей между ними) можно получить различные *модели*, описывающие с различных точек зрения реальную систему.

С введением понятия математической *модели* претерпело изменение и понятие "*технологический процесс*", используемое в научно-технической литературе.

Раньше *технологический процесс* рассматривался как часть производственного процесса, состоящего из совокупности технологических операций, выполнение которых приводило к получению готового продукта или полуфабриката. При этом сложный многомерный процесс расчленялся на ряд *подпроцессов*, характеризующихся малым количеством параметров и однотипной физической, химической, электрической природой. Такие мелкие подпроцессы удобнее было описывать с помощью математических *моделей*, анализировать их поведение и связи.

Однако внедрение систем автоматизации во все сферы проектирования и управления технологическими процессами привело к более широкому его понятию. Этому изменению в значительной степени способствовало создание и использование ранее известных многочисленных математических методов и способов, создание алгоритмов для работы с многомерными, сложными объектами, процессы в которых подвергаются воздействию различных случайных факторов.

Понятие *технологического процесса* приблизилось в настоящее время к понятию процесса, определенного Норбертом Винером при создании им основных принципов кибернетики как процесс "передачи, хранения и переработки информации".

*Технологические процессы* сейчас рассматриваются как совокупность действий людей, математических и технических средств, включающую на определенных этапах процессы экономические и социально-политические.

Такое изменение понятия *технологического процесса* привело к изменению понятия. Если раньше *идентификация* процесса в смысле построения *модели* означала, прежде всего, выявление физических свойств в виде описания электрических, физических, тепловых и др. процессов, то сейчас понятие *идентификации* значительно расширилось и формализовалось.

Задача *идентификации* является в настоящее время составной частью задач автоматизации проектирования и управления технологическим процессом.

Выделение *идентификации* в самостоятельную задачу делается обычно из чисто методологических соображений, т.к. методы синтеза *модели* существенно отличаются от методов синтеза управления.

Под *идентификацией* понимается *определение* характеристик "вход-выход" объекта путем активного или *пассивного эксперимента*, причем структура связей входных и выходных переменных считается известной. По мере развития системы *идентификация* предусматривает непрерывно уточняющуюся *модель* объекта. Это адаптивные, самонастраивающиеся модели. Для сложных многомерных, многосвязных объектов при наличии наблюдаемых (неуправляемых) входных пе-

ременных *определение* характеристик возможно только в условиях нормальной эксплуатации объекта.

При решении практических задач, в том числе при *идентификации технологического процесса*, не представляется возможным учесть в *модели* все переменные и все *внутренние связи* между многочисленными переменными. Поэтому построение *модели* осуществляется *по* относительно небольшому количеству переменных. Выбор этих переменных определяется целью построения *модели*, наличием технических средств передачи и обработки необходимой информации, уровнем теории, имеющимися алгоритмами и *математическим обеспечением*.

Четко сформулированные цели и требования к системе управления технологическим процессом являются той основой, которая должна быть обеспечена строящейся *моделью*.

Для того чтобы можно было судить о том, какая построена *модель*, удовлетворяет ли она предъявляемым к ней требованиям, необходимо уметь количественно оценить уровень наших знаний о технологическом процессе, степень соответствия *модели* реальному процессу. С этой целью вводится количественная *мера* степени идентичности (*адекватности, изоморфности*) *модели* реальному процессу, объекту. При построении такой меры, естественно, стремятся к тому, чтобы она базировалась на тех характеристиках, которые используются при *идентификации* объекта, и могла быть определена *по* этим характеристикам или непосредственно *по* данным "вход-выход".

Предлагается решить набор задач по оценке изоморфности.

1. Имеется объект исследования. Проведенные наблюдения за объектом показывают наличие смены состояния объекта на интервале в 25 единиц. В рамках принятой модели развертка событий оценивалась по выражению:

$$Y(t) = a \text{SIN} \left( a^2 \text{tg} \left( \frac{d+b}{\text{COS}(ct)} \right) t \right)$$

2. Отмечено, что за период наблюдения параметры принимали значения:

Параметры	a	b	c	d
1.	1,5	21	15	417
2.	1,75	32,8	17	425
3.	1,37	28,2	10,45	401

Какие события следует признать «близкими, в смысле изоморфности. Провести необходимые вычисления и представить суждения по результатам проведенных исследований

## Задача 2 О проектировании системы /проекта/

### 2.1. Определение, назначение, цель

По определению САПР - это организационно-техническая система, состоящая из совокупности комплекса средств автоматизации проектирования и коллектива специалистов подразделений *проектной организации*, выполняющая автоматизированное проектирование объекта, которое является результатом деятельности *проектной организации*.

В простом понимании можно рассматривать исследователя в роли проектировщика, задачей которого является четкое формирование набора заданий, исполнение которых гарантирует решение поставленной задачи.

Из этого определения следует, что САПР - это не средство автоматизации, а система деятельности людей или отдельно взятого исполнителя *по* проектированию объектов. Поэтому *автоматизация* проектирования как научно-техническая дисциплина отличается от обычного использования ЭВМ в процессах проектирования тем, что в ней рассматриваются вопросы построения системы, а не совокупность отдельных задач. Эта дисциплина является методологической, поскольку она обобщает черты, являющиеся общими для разных конкретных приложений.

Идеальная схема функционирования САПР представлена на рисунке ниже

Эта схема идеальна в смысле полного соответствия формулировке согласно существующим стандартам и несоответствия реально действующим системам, в которых далеко не все проектные работы выполняются с помощью средств автоматизации и не все проектировщики пользуются этими средствами.



**Рисунок** Схема функционирования САПР; КСА - комплекс технических средств

Проектировщики, как следует из определения, относятся к САПР. Это утверждение вполне правомерно, т. к. САПР - это система автоматизированного, а не автоматического проектирования. Это значит, что часть операций проектирования может и всегда будет выполняться человеком. При этом в более совершенных системах доля *работ*, выполняемых человеком, будет меньше, но содержание этих *работ* будет более творческим, а роль человека в большинстве случаев - более ответственной.

Из определения САПР следует, что целью ее функционирования является проектирование. Как уже было сказано, проектирование - это процесс переработки информации, приводящий, в конеч-

ном счете, к получению полного представления о проектируемом объекте и способах его изготовления.

В практике неавтоматизированного проектирования полное описание проектируемого объекта и способов его изготовления содержит проект изделия и техническую документацию. Для условия автоматизированного проектирования еще не узаконено название конечного продукта проектирования, содержащего данные об объекте, и технологии его создания. На практике его называют по-прежнему "проектом".

Проектирование - это один из наиболее сложных видов интеллектуальной работы, выполняемой человеком. Более того, процесс проектирования сложных объектов не под силу одному человеку и выполняется творческим коллективом. Это, в свою очередь, делает процесс проектирования еще более сложным и трудно поддающимся формализации. Для автоматизации такого процесса необходимо четко знать, что в действительности он собой представляет и как выполняется разработчиками.

*Опыт* свидетельствует, что изучение процессов проектирования и их формализация давались специалистам с большим трудом, поэтому *автоматизация* проектирования всюду осуществлялась поэтапно, охватывая последовательно все новые *проектные операции*. Соответственно, поэтапно создавались новые и совершенствовались старые системы. Чем на большее число частей разбита система, тем труднее правильно сформулировать исходные данные для каждой части, но тем легче провести оптимизацию. *Объектом автоматизации проектирования* являются работы, действия человека, которые он выполняет в процессе проектирования. А то, что проектируют, называют *объектом проектирования*.

### Задание

Имеется объект. Это некоторый электронный комплекс (блок). Для установления организации рабочих процессов проводится исследование - тестирование. В процессе исследования на вход блока подавалась серия из двух сигналов, формат которых позиционируется выражениями:

$$X_1(t) = 2.89 + a_1 \text{SIN}(w_1 t + a_2 \text{SIN}(w_2 t) + a_3 \text{SIN}(w_3 t))$$

И

$$X_2(t) = 2.04 + 3 * a_1 \text{SIN}(w_1 t + a_2 \text{SIN}(w_2 t) + 3.15 * a_3 \text{SIN}(w_3 t))$$

Параметры

w1	w2	w3		a1	a2	a3	t
12	24	128		12	14	24	84

Требуется определить структуру комплекса, анализируя выходной сигнал.

Выходной сигнал представлен выражением:

$$Y(t) = 2.89 + 1,57 * b_1 \text{SIN}(v_1 t + v_2 \text{SIN}(v_2 t) + 0,615 * b_3 \text{SIN}(v_3 t))$$

Выходной сигнал получен в серии из двух наблюдений, которые созданы на основе параметров модели преобразования входного сигнала.

1. Провести исследование модели преобразования сигнала на интервале в 84 единиц.
2. Установить наличие «эффекта изменения входного сигнала», что должно подтверждать наличия, например, рабочего режима устройства.
3. Указать схему построения суждения.

### Задача 3. Об оптимизации

Используемые в САПР технические средства должны обеспечивать:

- о выполнение всех необходимых *проектных процедур*, для которых имеется соответствующее программное обеспечение;
- взаимодействие между проектировщиками и ЭВМ, поддержку интерактивного режима работы;
- взаимодействие между членами коллектива, работающими над общим проектом.

Первое из этих требований выполняется при наличии в САПР вычислительных машин и систем с достаточными производительностью и *емкостью памяти*.

Второе требование относится к пользовательскому **интерфейсу** и выполняется за счет включения в САПР удобных средств ввода/вывода данных и, прежде всего, устройств обмена графической информацией.

Третье требование обуславливает *объединение аппаратных средств САПР в вычислительную сеть*.

В результате общая структура *компьютерной сети* представляет собой *сеть* узлов, связанных между собой *средой передачи данных*.

Узлами (станциями данных) являются рабочие места проектировщиков, часто называемые *автоматизированными рабочими местами (АРМ)*, или *рабочими станциями (WS - Workstation)*; ими могут быть также *большие ЭВМ (мейнфреймы)*, отдельные периферийные и измерительные устройства.

Именно в *АРМ* должны существовать средства для *интерфейса* проектировщика с ЭВМ. Что касается вычислительной мощности, то она может быть распределена между различными узлами *вычислительной сети*.

*Среда передачи данных* представлена каналами передачи данных, состоящими из *линий связи* и коммутационного оборудования.



**Рисунок 3** Общая структура компьютерной сети

В каждом узле можно выделить *оконечное оборудование данных (ООД)*, выполняющее определенную работу по проектированию, и *аппаратуру окончания канала данных (АКД)*, предназначенную для связи *ООД* со *средой передачи данных*. Например, в качестве *ООД* можно рассматривать *персональный компьютер*, а в качестве *АКД* - вставляемую в *компьютер* сетевую плату.

*Канал передачи данных* - средство двустороннего обмена данными, включающее в себя *АКД* и *линию связи*. *Линией связи* называют часть физической среды, используемую для распространения сигналов в определенном направлении; примерами *линий связи* могут служить *коаксиальный кабель*, *витая пара* проводов, *волоконно-оптическая линия связи (ВОЛС)*.

Близким является понятие **канала** (*канала связи*), под которым понимают средство односторонней передачи данных. Примером *канала связи* может быть полоса частот, выделенная одному передатчику при радиосвязи.

### Задание

Рассматривается система передачи данных. Предусмотрена работа двух каналов связи, работа которых декларируется согласно выражениям:

1 канал  $Y(t) = \text{SIN}(w_1 t)$  где  $w_1 = 356$ ,

2 канал  $Y(t) = \text{SIN}(w_1 + 2w_2 + w_2^2 t)$  где  $w_1 = 302$ ;  $w_2 = 425$

Провести исследование на интервале в 25 единиц. Оценить скоростные параметры каждого канала связи.

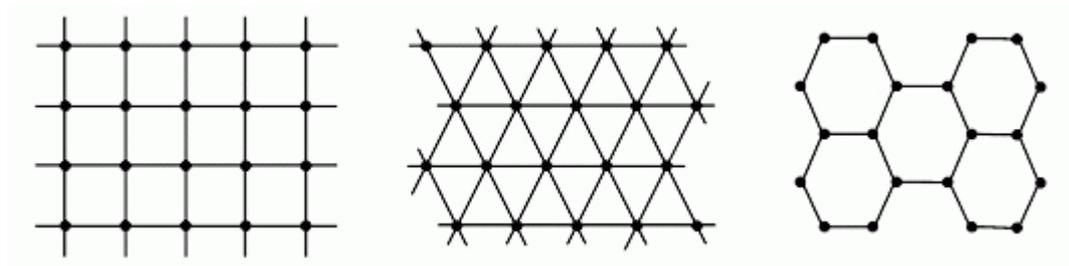
*Указание*

*Воспользоваться выражением оценки количества информации*

Формула Шеннона:  $I = - (p_1 \log_2 p_1 + p_2 \log_2 p_2 + \dots + p_N \log_2 p_N)$ ,  
 где  $p_i$  — вероятность того, что именно  $i$ -е сообщение выделено в наборе из  $N$  сообщений. .

#### Задача 4 О графах

Примеры образов бесконечных однородных графов



**Рисунок 4** Бесконечные однородные графы

Бесконечные однородные графы находят широкое применение в задачах трассировки печатных соединений, т.к. их использование позволяет разбивать *коммутиционное поле* печатных плат на элементарные ячейки одинаковой формы.

Существенной характеристикой графа является *связность*.

*Граф*, любая пара *вершин* которого связана, называют *связным графом*. В *связном графе*, перемещаясь по рёбрам из *вершины* в *вершину*, можно попасть в каждую *вершину*. *Граф*, состоящий из отдельных фрагментов, называют *несвязным*, состоящим из отдельных *компонент связности*.

Если *граф* не связный, то множество его *вершин* можно единственным образом разделить на непересекающиеся подмножества, каждое из которых содержит все связанные между собой *вершины* и вместе с *инцидентными* им рёбрами образует связный *подграф*.

#### Задание

Построить граф по исходным данным (таблица 4.1)

Найти минимальный, по критерию временных затрат, путь на графе  $\{a_{11} - a_{44}\}$ , где вершина  $[a_{11}]$  рассматривается как точка старта, а точка  $[a_{44}]$  — точка финиша

Таблица 4.1

17	28	5	45
23	18	48	8

11	19	15	38
28	52	16	36

Представить схему вычисления минимального кратчайшего пути на графе. Указать несколько альтернативных путей.

### Задача 5 Математические основы оценки проекта

Постановка и математическая формулировка задачи оптимизации

Проектирование системы и управление технологическим процессом ее изготовления - сложные и трудно формализуемые процедуры, объединяющие такие важные операции, как синтез структуры, выбор параметров элементов, анализ и принятие решений, выбор модели и разработка алгоритмов оперативного управления технологическим процессом.

На первых порах автоматизации проектирования промышленных изделий стремились к созданию оптимальной системы: задача проектирования считалась успешно решенной, если удавалось спроектировать строго допустимую систему. Однако в связи с постоянно возрастающими требованиями к самим изделиям, к их стоимости и времени изготовления появилась необходимость решения таких задач: уменьшить по сравнению с запланированной стоимость системы, время ее разработки и др. Следовательно, стало необходимым не просто удовлетворение исходным требованиям, предъявляемым к показателям качества системы, но и перевыполнение этих требований.

При этом показателем качества  $p_i (i = 1, 2, \dots, l)$  системы является такая числовая характеристика, которая связана с ее качеством строго монотонной зависимостью: чем больше (чем меньше) величина  $P_i$ , тем лучше система при прочих равных условиях.

При решении вопроса о том, может ли тот или иной параметр являться показателем качества  $P_j$ , влияние этого показателя на качество системы должно рассматриваться при прочих равных условиях, например, при сохранении неизменных значений всех остальных признаков. Иначе даже в отношении столь бесспорного показателя, как стоимость, нельзя было бы утверждать, что "чем меньше стоимость, тем лучше система", т. к. при уменьшении стоимости могут уменьшаться какие-либо важнейшие признаки качества.

В таком понимании полагаем, что совокупность всех исходных данных, которые имеются к началу оптимизации проектирования, можно разбить на подгруппы.

При инженерном синтезе не может быть ситуации, чтобы был всего один показатель качества: всегда будет не менее двух показателей, которые нельзя не учитывать, - стоимость и основной технический показатель (на самом деле их всегда существует несколько). Отсюда следует, что практически инженерный синтез всегда является векторным и глобальным.

Синтез сложного объекта включает решение следующих основных задач.

Синтез оптимальной структуры, т. е. отыскание оптимальных принципов построения системы, видов различных устройств, характера их взаимодействия и т. д.

Выбор оптимальных значений параметров системы, т. е. оптимизация параметров.

Выбор оптимального варианта построения системы из конечного числа полученных вариантов. Это так называемый дискретный набор параметров состояния системы в разные моменты исследования.

Следовательно, оптимизация системы может формироваться на представлениях о некотором «среднем» состоянии системы.

## ЗАДАНИЕ

Работа системы характеризуется набором параметров, полученных в трех независимых исследованиях:

Таблица данных 5.1

Исследование	a1	a2	a3	a4	a5	a6	a7	a8
1.	0,844	0,929	0,971	0,229	0,302	0,026	0,240	0,921
2.	0,322	0,720	0,152	0,145	0,466	0,500	0,885	0,311
3.	0,037	0,695	0,614	0,206	0,967	0,425	0,110	0,550

Требуется определить

1. рассчитать уровень дисперсии
2. определить «среднее состояние системы»

Расчеты провести в среде Excel, отчет представить в среде Word

## Задача 6 Математическое планирование рабочих процессов

Сложнее обстоит дело с написанием текста научно работы. Формализация процессов автоматизированного проектирования в комплексе оказалась более сложной задачей, чем *алгоритмизация* и *программирование* отдельных проектных задач. При решении задач данной части должна быть формализована вся логика технологии проектирования, в том числе логика взаимодействия проектировщиков друг с другом с использованием *средств автоматизации*. Указанные проблемы решались и решаются в настоящее время эмпирическим путем, главным образом - *методом проб и ошибок*.

К числу важнейших вопросов методологии современного проектирования, реализуемого по материалу научной работы, относится выбор *критериев эффективности* вариантов проектных решений, что, как правило, требует решения многокритериальных задач оптимизации;

- теоретически наиболее эффективными при поиске оптимальных проектных решений являются методы нелинейного *математического программирования*;
- в связи с практической сложностью и высокой трудоемкостью поиска оптимальных проектных решений с помощью точных математических методов существует поиск эффективных проектных решений на основе создания специальных *"банков знаний"* (фондов описаний объектов, технических решений, а также типовых *эвристических методов*).

#### Задание

Для написания одного подраздела научной работы требуется 3 Гб материала. Для написания одного раздела научной работы требуется 7 Гб материала.

Создание первой печатной версии одного подраздела требует 2 недели, а написание полного раздела требует 8 недель.

Наличие подготовленного материала по одному подразделу характеризует исполнение полного задания на создание научной работы в 4 % , а одного раздела в 12 %

#### Постановка проблемы

Сколько подразделов и сколько разделов научной работы представляется возможным подготовить при наличии 220 Гб материала и рабочего времени в 180 недель

#### Решение

По условию имеем

$$3x + 7y \leq 240$$

$$2x + 8y \leq 180$$

А также известно

Будем полагать, что максимально положительный эффект написания работы получается при условии  $P = 0,4x + 1,2y$

Решим систему уравнений

Воспользуемся on-line калькулятором

<http://matrixcalc.org/slu.html#solve-using-Cramer%27s-rule%28%7B%7B3,7,0,0,220%7D,%7B2,8,0,0,180%7D%7D%29>

Получим  $x = 50$  количество подразделов и  $y = 10$  количество разделов

Решение проблемы – это максимальный положительный эффект, который оценивается равным  $20 + 12 = 32\%$

Самостоятельно провести исследование проблемы написания научной работы при прежних условиях, но с другими исходными данными

Версия 1

$$3x + 7y \leq 260 \quad P = 0,45x + 1,18y$$

$$2x + 8y \leq 228$$

Версия 2

$$3x + 7y \leq 260 \quad P = 0,35x + 1,3y$$

$$2x + 8y \leq 250$$

Версия 3

$$3x + 7y \leq 272 \quad P = 0,25x + 1,23y$$

$$2x + 8y \leq 262$$

Версия 4

$$3x + 7y \leq 246 \quad P = 0,259x + 1,341y$$

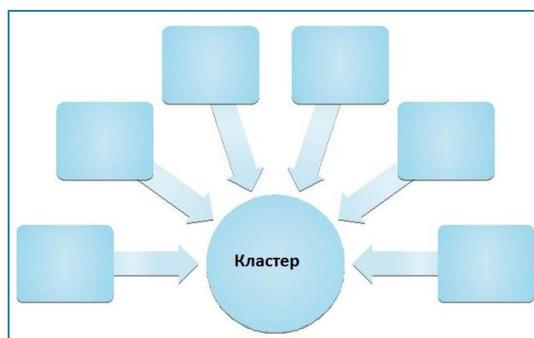
$$2x + 8y \leq 262$$

Провести необходимые вычисления искомых оценок. Представить результаты сопоставления. Указать наиболее реальный вариант развития событий по написанию научной работы.

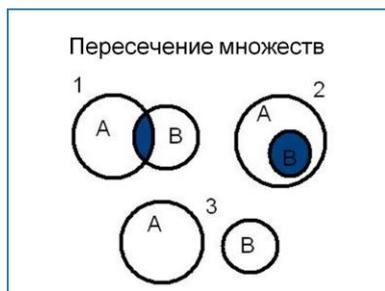
### Задача 7 Лингвистическое обеспечение научной работы

Создание материала научной работы основывается на формировании некоторого смыслового массива, например, в формате текста. В самом общем представлении о научной работе текстовый материал занимает ведущее положение. Хорошо созданный текстовый материал наделен смысловым - семантическим содержанием, предающим тематическую идею научной работы.

Формально, текстовый материал позиционируется набором подразделов и разделов, каждый из которых содержит ключевые понятия, термины и определения. В таком понимании научная работа воспринимается как кластер.



Пересечение и включение множеств представим на рисунке ниже

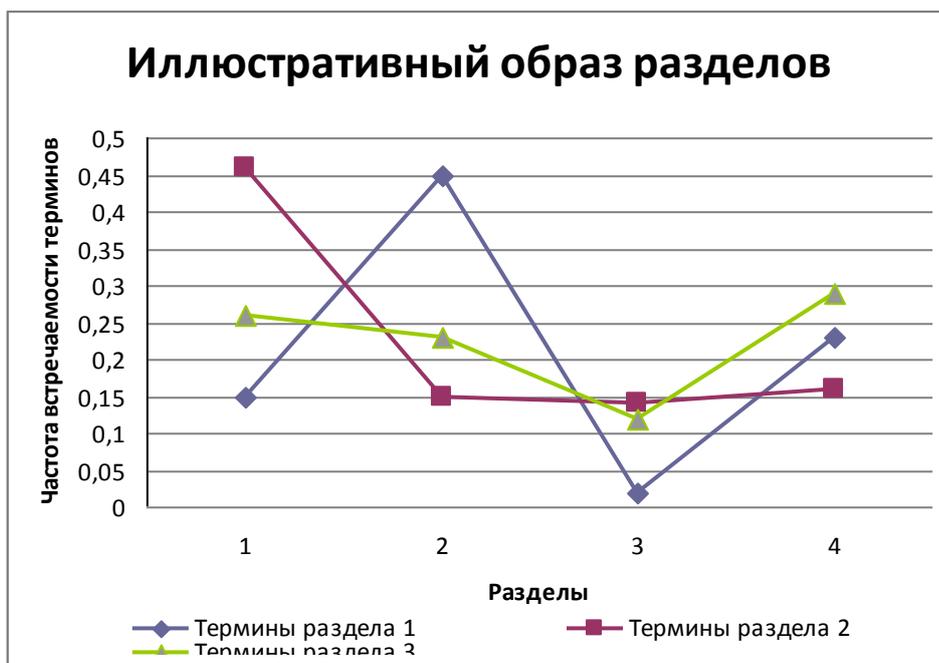


Научная работа, позиционируемая в виде кластера, допускает проведение исследовательских процедур. Такая работа по исследованию текстового материала может проводиться как при написании самой работы, так и в последствии, когда научный труд создан.

Рассмотрим пример. Полагаем, имеется набор показателей частоты встречаемости терминов.

Термин - понятие	Кварцевый генератор	АЦП	Длина пакета	Код пакета
Раздел 1 / частота упоминания в тексте	0,15	0,45	0,018	0,23
Раздел 2 / частота упоминания в тексте	0,46	0,15	0,14	0,16
Раздел 3 / частота упоминания в тексте	0,26	0,23	0,12	0,29

Построим графический образ фрагмента научного материала.



Визу-

альный ана-

лиз полученного результата демонстрирует связь отдельных разделов, в смысле семантических понятий.

**Задание**

Построить графические образы текстовых фрагментов, используя данные о частоте встречаемости ключевых слов

Версия 1

Термин - понятие	Пиксель	Программа	Рабочий цикл	Вероятность
Раздел 1 / частота упоминания в тексте	0,45	0,45	0,31	0,23
Раздел 2 / частота упоминания в тексте	0,06	0,05	0,14	0,16
Раздел 3 / частота упоминания в тексте	0,76	0,23	0,92	0,19

Версия 2

Термин - понятие	Система	Объект	Контур управления	Уровень надежности
Раздел 1 / частота упоминания в тексте	0,35	0,57	0,12	0,21
Раздел 2 / частота упоминания в тексте	0,36	0,35	0,24	0,26
Раздел 3 / частота упоминания в тексте	0,76	0,23	0,92	0,19

Провести исследование текстового материала, используя табличные данные версий 1 и 2. Представить собственные суждения о полученном результате.

## Задача 8 Математическая модель динамического информационного ресурса

*Гипербола — стилистическая фигура явного и намеренного преувеличения, с целью усиления выразительности и подчёркивания сказанной мысли, например «я говорил это тысячу раз» или «нам предостаточно условий для решения подобных задач».*

*Это вступление к модели, написанное в литературном стиле понимания термина «гипербола»*

Гипербола как модель сопряжения – подобия двух массивов данных.

Положим, имеется информационный источник (ресурс), например, информационный материал в сети Интернет, научная работа, набор графических и текстовых материалов. Полагаем, что нас интересует динамика изменения объемов материала на ресурсе.

Задача.

Провести исследование информационного ресурса. Предложить модель дробления ресурса как минимум на две составляющие, обладающие общими показателями.

Введем в рассмотрение математическое выражение гиперболы. Полагаем, что параметр  $a$  – характеризует объем ресурса, например, в Гб, а параметр  $b$  соответствует времени изменения

### ПРИМЕР решения.

Введем в рассмотрение модель информационного ресурса в виде - гиперболы.

Каноническое уравнение гиперболы имеет вид  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ , где  $a, b$  – положительные действительные числа. Гиперболой называют множество всех точек плоскости, абсолютное значение разности расстояний до каждой из которых от двух данных точек  $F_1, F_2$  – есть величина постоянная, численно равная расстоянию между вершинами этой гиперболы:  $2a$ . При этом расстояние между фокусами превосходит длину действительной оси:  $|F_1F_2| > 2a$ .

Если гипербола задана каноническим уравнением  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ , то расстояние от центра симметрии до каждого из фокусов рассчитывается по формуле:  $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ .  
И, соответственно, фокусы имеют координаты:  $F_1(c, 0), F_2(-c, 0)$ .

Введем в рассмотрение функцию:  $5x^2 - 4y^2 = 20$

**Решение:** на первом шаге приведём данное уравнение к каноническому виду  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ . Пожалуйста, запомните типовой порядок действий. Справа необходимо получить «единицу», поэтому

обе части исходного уравнения делим на 20:

$$\frac{5x^2 - 4y^2}{20} = \frac{20}{20}$$

$$\frac{5x^2}{20} - \frac{4y^2}{20} = 1$$

Изменим запись

$$\frac{x^2}{\frac{20}{5}} - \frac{y^2}{\frac{20}{4}} = 1$$

Проведем сокращение дробей:

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$$

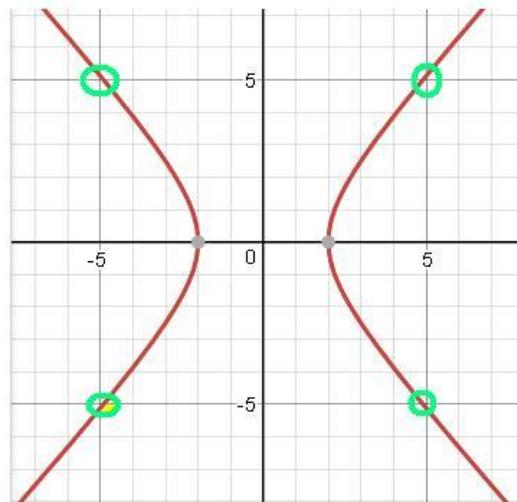
Для наилучшего соответствия классической записи выделяем квадраты в знаменателях :

$$\frac{x^2}{2^2} - \frac{y^2}{(\sqrt{5})^2} = 1$$

Для графического построения гиперболы обратимся к ресурсу :

Автомат построения графика <http://matematikam.ru/calculate-online/grafik.php>

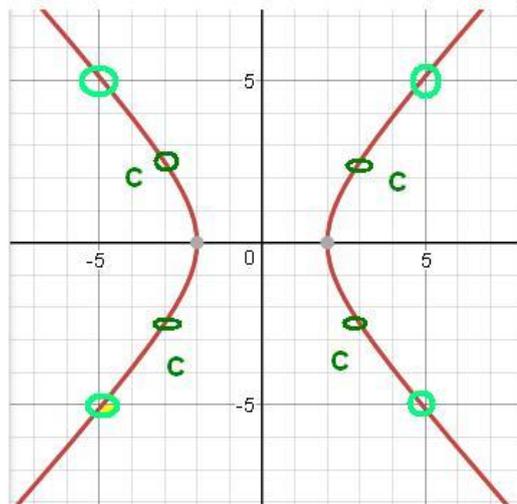
Имеем:



**Гипербола  $5x^2 - 4y^2 = 20$**

Рисунок Пример графического образа 2-х частей информационного ресурса

Построенный образ можно представить в виде, как изображено на рисунке ниже



Гипербола  $5x^2 - 4y^2 = 20$

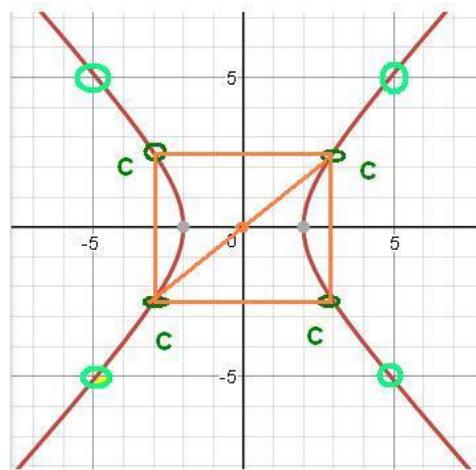
Для уравнения исследуемой гиперболы определяем координаты точки С

$$C = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{4^2 + 5^2} = \pm 3$$

$$F_1(3;0) \quad F_2(-3;0)$$

Полагаем, что основной массив информационного ресурса позиционируется квадратом, со сторонами (3 у.е).

Центр масс ресурса сосредоточен в точке с координатами  $P(0;0)$



Гипербола  $5x^2 - 4y^2 = 20$

Отмечено, что по истечении некоторого времени информационный ресурс изменился:

В этом случае имеем:  $a=8$  ;  $b=6$  Тогда имеем:

$$C = \sqrt{a^2 + b^2} = \pm 10$$

$$F_1(10;0) \quad F_2(-10;0)$$

В этом случае основной массив информационного ресурса позиционируется квадратом, со сторонами (10 у.е).

Отмечаем, что в рамках рассматриваемой модели центр масс ресурса неизменен, а центральная часть характеризуется квадратом. Стороны квадрата изменяются по нелинейной функции, что по замыслу модели отражает нелинейные процессы во времени. Формально, можно допустить, что наличие нескольких наблюдений за ресурсом позволит установить характер изменения ресурса во времени.

### ЗАДАНИЕ

1. провести исследование информационного ресурса, представленного в модельном образе по трем версиям;
2. установить какие из версий формируют близкие динамические процессы развития событий на информационных ресурсах

	1.	2.	3.
Версии для исследования	$17x^2 - 12y^2 = 210$	$13x^2 - 28y^2 = 10$	$15x^2 - 24y^2 = 90$

### Задача 9 Исследование математической модели стохастического процесса

*Есть всего две вероятности: либо мы одни во вселенной, либо нет. И обе вероятности одинаково пугают. Артур Кларк*

Проведена регистрация  $N = 52$  фрагментов сигнала. Известно, что в выборке ( $N = 52$ ) содержится  $b = 4$  разных фрагмента с уникальной записью информации. Произвольным образом отобрали 10 фрагментов сигнала.

Найти вероятность того что в 10 фрагментах будет обнаружен хотя бы один уникальный фрагмент

РЕШЕНИЕ

$$P(A) = m / n$$

Общее правило

Событие А : в блоке из 10 фрагментов нет уникальных фрагментов

Событие В : - имеется хотя бы один фрагмент

Далее – 10 фрагментов можно выбрать  $n = C_{52}^{10}$  числом способов

Количество « пустых » фрагментов (нет искомым уникальных) определим по выражению

$$m = C_{48}^{10}$$

Тогда  $P(A) = \frac{C_{48}^{10}}{C_{52}^{10}}$  имеем  $P(A) = \frac{48! * 42!}{38! * 52!} = 0.413$

$$P(B) = 1 - P(A) = 0.587$$

Самостоятельно провести решение задачи:

1. N= 89 ; b=5
2. N= 1120 b= 11

Провести расчет и дать пояснения полученным результатам

### Задача 10 Создание модели события из нескольких сопряженных процессов

Один синхро ритм и несколько ведомых ритмов (процессов)

Базовое понятие - Сопряжение — взаимосвязь чего-либо с чем-либо, неременное сопутствие, со-  
вмещение нескольких объектов, явлений.

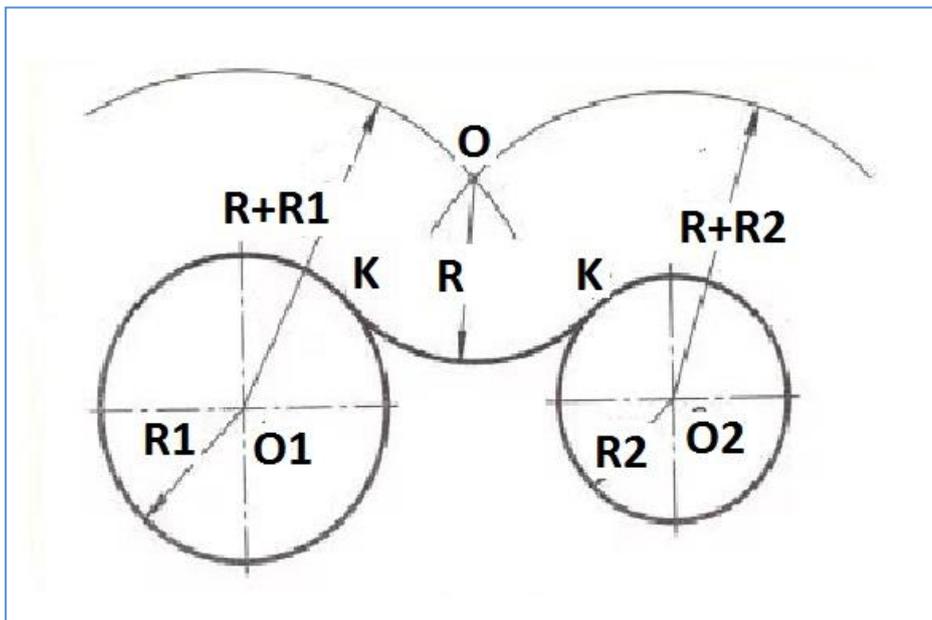
Пример – аналог процессов рассмотрим на данных о продолжительности года на планетах Сол-  
нечной системы

1. Меркурий - 88 дней
2. Венера - 224,7 дней
3. Земля – 365, 26 дней
4. Марс – 1,88 земных лет

5. Юпитер – 11,86 земных лет
6. Сатурн – 29,46 земных лет
7. Уран – 84 земных года
8. Нептун – 164,79 земных лет

### Теория

Имеется ТРИ сопряженных процесса, представленных: блоком генерации информации (R)– блоком (R1) анализа информации – и блоком (R2) приема информации. Обновление информационных пакетов осуществляется по истечении периода T1, T2 и T3 соответственно. (РИС.10. 1)



Известно, что в декартовой системе координат каждый элемент информационного потока, генерируемого соответствующим блоком, характеризуется кластером площадью S, S1 и S2. Площадь любого кластера определяется выражением:

$$S = \pi R^2$$

А скорость процесса передачи информации между блоками оценивается по выражению:

$$V = 2\pi R / T$$

ЗАДАНИЕ

Известны показатели сопряженных процессов

	Параметр	Значение
1.	R	$1 \cdot 10^{54}$
2.	$T_R$	$1 \cdot 10^8$
3.	R1	$1 \cdot 10^{14}$
4.	$T_{R1}$	$1 \cdot 10^4$
5.	R2	$1 \cdot 10^6$
6.	$T_{R2}$	$1 \cdot 10^6$

Оценить скорость приема (освоения) информационных потоков на блоке S2

Представить пояснения полученного результата